**Л 2 Особенности нелинейных систем автоматического управления**

Процессы в нелинейных системах автоматического регулиро­вания имеют целый ряд весьма существенных особенностей, ко­торые не встречаются в линейных системах [5,6,7.8].

Благодаря этим существенным особенностям даже вопрос об устойчивости системы становится здесь более сложным. Кроме структуры системы и значений ее параметров для устойчивости того или иного установившегося процесса, имеют значение здесь, в отличие от линейных систем, также и начальные условия. Воз­можен новый вид установившегося процесса – автоколебания, т. е. устойчивые собственные колебания с постоянной амплиту­дой при отсутствии внешних колебательных воздействий. Когда в системе возникают автоколебания, то установившееся состояние, соответствующее постоянному значению регулируемой величины, часто становится невозможным.

Следовательно, в общем случае на плоскости параметров систе­мы могут быть не два вида областей (устойчивости и неустойчиво­сти), как в линейных системах, а больше: 1) область устойчивости равновесного состояния с постоянным значением регулируемой величины; 2) область устойчивых автоколебаний; 3) область не­устойчивости системы; 4) области, соответствующие другим, более сложным случаям.

Если процессы в системе имеют вид, указанный на рисунке 1.4, *а*, то равновесное состояние *(х*= 0) неустойчиво. В том случае, ког­да оба указанных на рисунке 1.4, *а*колебания в переходных процес­сах стремятся к одной и той же амплитуде и к одной и той же частоте, система будет обладать устойчивыми автоколебаниями с амплитудой *а.*

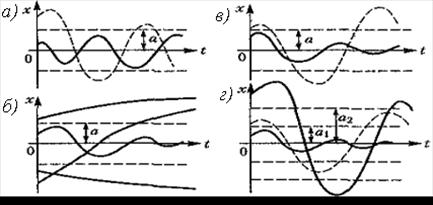


Рисунок 1.4 – Видыпереходных процес­сов

На рисунках 1.4, *б*и 1.4, *в*показаны случаи, когда равновесное состояние *(х=*0) системы устойчиво «в малом», т. е. при начальных ус­ловиях, не выводящих отклонения в переходном процессе за опре­деленную величину *а*, и неустойчиво «в большом», т. е. при началь­ных условиях, выводящих отклонение в переходном процессе за пределы величины *а*. Здесь граничным процессом является неустой­чивый периодический процесс собственного движения системы с амплитудой *а*(переходные процессы расходятся от него в обе сто­роны).

На рисунке 1.4, *г*показан случай трех возможных установивших­ся состояний:

-     равновесное состояние *(х=*0);

-     колебания с постоянной амплитудой*а1*;

-     колебания с постоянной амплиту­дой *а2*.

При этом колебания с амплитудой *а1* неустойчивы. В ре­зультате система будет устойчива «в малом» по отношению к равно­весному состоянию *х*=0, а «в большом» система будет обладать устойчивыми автоколебаниями с амплитудой *а2*.

Для иллюстрации особенностей нелинейной системы исследуем переходной процесс и автоколебания в релейной системе стабилизации температуры.

Пусть объект представляет собой некоторую камеру. Учитывая инерционность процесса нагрева и охлаждения, запишем его уравнение в виде

                                 (1.9)

где *θ* - отклонение температуры;

*φ*- отклонение управляющего органа;

*f(t)* - внешние возмущения.

При отклонении температуры *θ*появляется ток в диагонали моста того или иного направления и замыкается соответствующий контакт реле, включающего постоянное напряжение в ту или иную обмотку возбуждения электродвигателя. Приняв во внимание некоторое отставание в этом процессе включения, получим релейную характеристику. Далее, считая, что ток *I*пропорционален отклонению температуры объекта*θ*, а скорость *dφ/dt* отклонения управляющего органа пропорциональна напряжению на обмотках возбуждения электродвигателя, можно в данном случае выходной величиной релейной характеристики считать*dφ/dt*, а входной -*θ* (см. рисунок 1.5,  *а*).

Следовательно, уравнения управляющего устройства запишутся следующим образом

|  |
| --- |
|  |

   при 

 при     когда                    (1.10)

       при 

 при      когда                        (1.11)

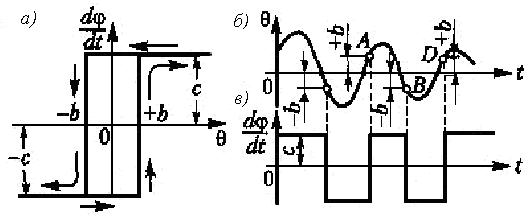


Рисунок 1.5 - Переходной процесс и автоколебания в релейной системе стабилизации температуры

Рассмотрим два произвольных участка переходного процесса             (при *f(t)=0*) в данной системе (участки AB и CD  на рисунке 1.5, *б*).

На участке AB уравнение управляющего устройства согласно      рисунку 1.5, *в* будет *dφ/dt* = +*с*.

Дифференцируя (1.9) по *t*  и подставляя туда +*с*, получаем при (*t=0*) следующее уравнение системы на участке AB

                                  (1.12)

а на участке BD

                                    (1.13)

Решение уравнения (1.12) будет

                                      (1.14)

откуда получаем

                             (1.15)

Условимся для простоты время *t* от начала участка AB (см. рисунок 1.6, *а*). Тогда начальные условия будут  *dθ /dt=* при *t* = *0*, где  пока неизвестно. Используя начальные условия, находим произвольные постоянные уравнения (1.15)

                          (1.16)

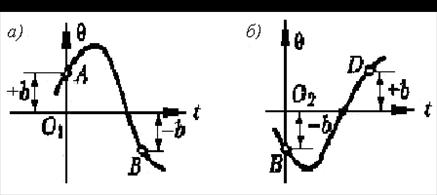
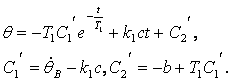


Рисунок 1.6 - Переходной процесс на участках AB и BD

Аналогично для участка BD  согласно (1.13), отсчитываем время *t* тоже от начала этого участка (см. рисунок 1.6, *б*), получим решение:

|  |
| --- |
|  |
|  |  |

                                          (1.17)



Все остальные участки кривой переходного процесса будут определяться, очевидно, такими же решениями, но только с другими значениями величин . Заметим, что величины  и , необходимые для определения произвольных постоянных, находятся как значения   в конце предшествующих им участков. Поэтому, если будет задана величина  в начальной точке первого участка процесса, то выше написанное решение для переходного процесса в системе станет определенным, такой метод решения задачи называется методом припасовывания.

Выясним теперь, возможны ли в данной системе автоколебания, т.е. устойчивое периодическое решение. Для этого нужно, очевидно, чтобы в конце *D* одного периода колебаний (см. рисунок 1.5, *б*) получилось точно такие же значения  и , какие были в начале его *A*. Легко заметить, что при этом оба полупериода (*AB* и *BD*) должны быть одинаковыми вследствие симметрии характеристики (см. рисунок 1.5, *а*). Поэтому для определения автоколебаний достаточно рассмотреть только один участок АВ и потребовать, чтобы

                                                 (1.18)

Обозначив период искомых автоколебаний через *2Т*, а длительность участка АВ через *Т*, из (1.14) найдем



Подставляя сюда (1.18) и замечая, что из (1.16)  получаем выражение

                                       (1.19)

в котором содержатся две неизвестные: *С1* и *Т*. Величину *Т* (длительность участка АВ) можно выразить из (1.15), так как известно, что в конце участка  из (1.15) и (1.16) при этом находим



Подставив сюда значение *С1* из (1.19), получим уравнение для определения полупериода автоколебаний

                                    (1.20)

Это трансцендентное уравнение для Т легко решается графически пересечением двух кривых: и  [5].

Если найдено вещественное положительное значение для *Т*, то это свидетельствует о наличии периодического решения в данной системе. Чтобы доказать, что это соответствует автоколебаниям, нужно исследовать их устойчивость, т.е. показать, что в переходном процессе система ведет себя, как изображено на рисунке 1.4, *а*, но не так, как на рисунке 1.4, *б*, это будет показано ниже.

Амплитуда найденных автоколебаний определяется как на участке АВ (см. рисунок 1.6, *а*) путем исследования функции (1.15) на максимум обычным путем.